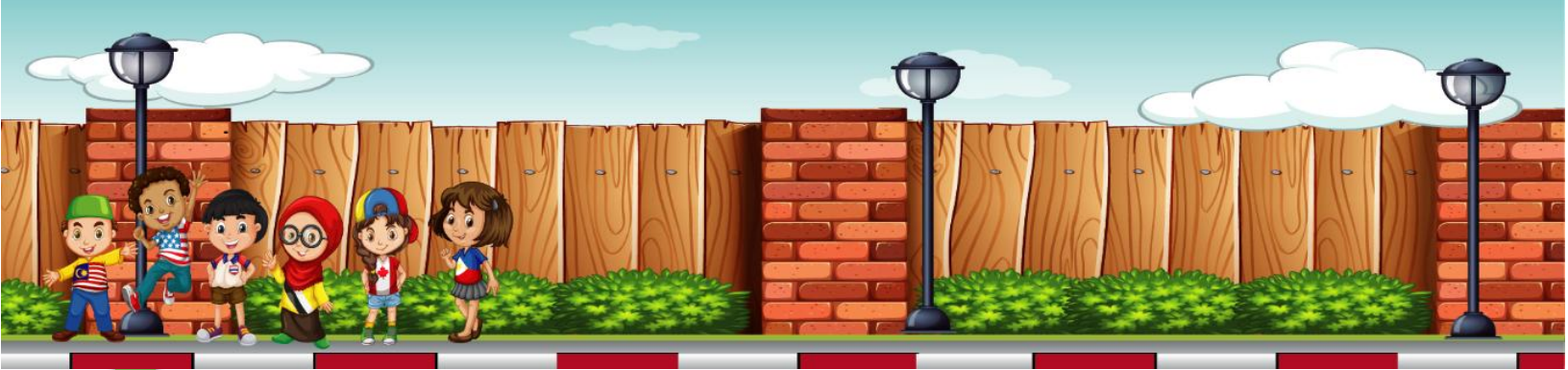




## Laboratorio 2. La potenciación y el uso de sus propiedades

### Guía del maestro

OBJETIVO DE APRENDIZAJE	PENSAMIENTO MATEMÁTICO	ESTANDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS
<p>Identificar y utilizar las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.</p> <p>Aplicar la potenciación en la solución de problemas matemáticos de su entorno.</p> <p>Determinar y argumentar la validez de estrategias para calcular potencias.</p>	<p>Pensamiento numérico y sistema numérico.</p>	<p>Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p>
<b>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)</b>		
<p>Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.</p> <p>Describe y desarrolla estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación.</p> <p>Comprende que elevar un número a una cierta potencia corresponde a multiplicar repetidas veces el número. Comprende la relación entre la raíz cuadrada y elevar al cuadrado, la raíz cúbica y elevar al cubo, etc.</p> <p>Asocia las potencias cuadradas con el área de un cuadrado (<math>\text{área} = (\text{lado})^2</math>), y las potencias cúbicas con el volumen de un cubo (<math>\text{volumen} = (\text{lado})^3</math>).</p>		
<b>DESEMPEÑOS ESPECÍFICOS</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza las propiedades de la potenciación para resolver problemas aritméticos.</li> <li>• Aplica la potenciación y sus propiedades para resolver diferentes problemas de su vida cotidiana.</li> <li>• Reconoce y determina el cuadrado y el cubo de un número.</li> <li>• Determina la validez de las diferentes estrategias para calcular potencias.</li> <li>• Resuelve y fórmula problemas cuya solución requiere de la potenciación.</li> </ul>		



	FASES	ACTIVIDADES	RECURSOS
Momento 1	Apertura o Exploración	Desafío No.1. Acertijo. “el monstruo de dos cabezas”.	Guía del estudiante: desafío No.1, papel, tablero, marcadores o tiza y lápiz.
Momento 2	Desarrollo o Estructuración de la clase	Reconocimiento y aplicación de la potenciación y sus propiedades.	Guía del docente: fundamentación teórica y orientaciones didácticas, regletas de Cuisenaire, tablero, internet, hojas de papel y marcadores.
	Trabajo Independiente	Jugando a formar cuadrados y cubos perfectos.	Guía del estudiante: desafíos No.2 y 3, figuras geométricas, palillos o pitillos y fotocopias.
	Trabajo Cooperativo	Desafíos grupales: Cortando en partes iguales aprendemos potencias. Utilizando potencias para resolver problemas del entorno.	Guía del estudiante: desafío No.4, anexo 1: Roles para el trabajo cooperativo, material manipulativo, tablero, video ben, etc.
Momento 3	Cierre o Transferencia	Auto reflexión de la clase	Preguntas previamente formuladas por el profesor acerca del desarrollo de la clase.
Momento 4	Para aprender más	Desafíos: pruebas saber	Guía del estudiante: Desafío No.5, video beam, tablero, marcadores o tiza.



## Fundamentación teórica del contenido de la clase.

En el laboratorio uno “La matemática en la tierra de los faraones: Egipto”, los estudiantes tuvieron la oportunidad de conocer el desarrollo y la evolución del número desde el análisis de la cultura egipcia. En este nuevo laboratorio se trabaja el concepto de potencia, teniendo como base la resolución de problemas. Cada problema está planteado en forma de desafío. Como estrategia de solución se utiliza el enfoque propuesto por George Polya, el cual se fundamenta en las siguientes fases:

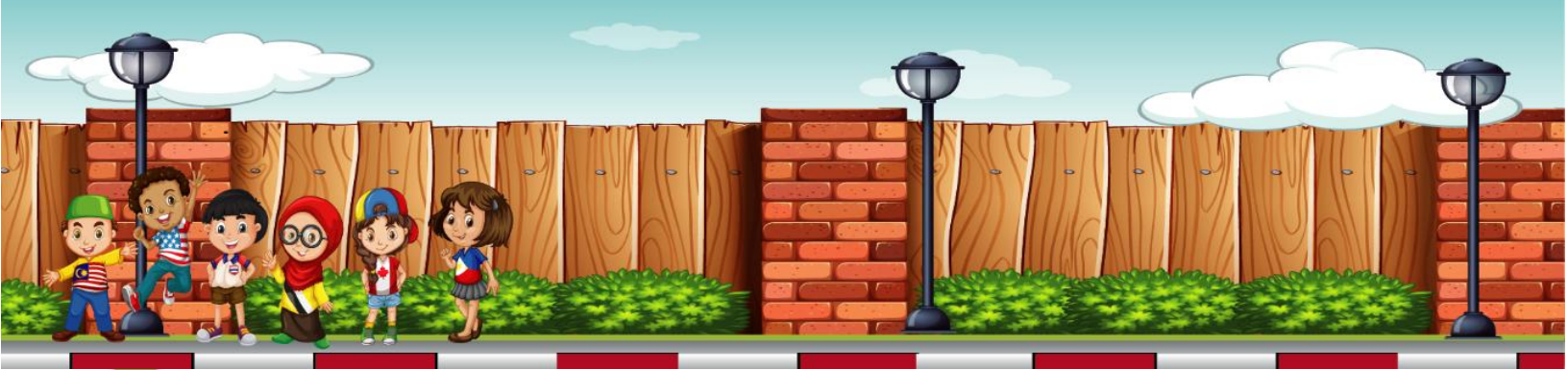
- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva del desafío o problema.

### **Resolución de problemas haciendo uso de la potenciación.**

En este laboratorio se propone la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta que para una buena formación en matemáticas es necesario plantear y resolver problemas. Estudios realizados han mostrado que instruir a los estudiantes sobre resolución de problemas les ayuda y despierta el interés en el conocimiento. Además, les permite desarrollar el razonamiento heurístico como base de la creación matemática.

Como soporte para el docente y con el fin de no caer en el simple desarrollo de ejercicios rutinarios, se ha propuesto utilizar el enfoque planteado por George Polya con relación a este tema. De acuerdo con Polya, para resolver un problema es necesario hacer una pausa, reflexionar y ejecutar algunos pasos para dar respuesta a una situación problema; mientras que para resolver un ejercicio solo se requiere la aplicación de un algoritmo matemático.

Para que este laboratorio tome su esencia y no se convierta en una clase teórica enfocada en el desarrollo demostrativo de ejercicios, es fundamental que el docente entienda la diferencia entre ejercicio y problema y tenga en cuenta los cuatro pasos establecidos por George Polya para un óptimo desarrollo heurístico en los estudiantes.



## Un poco de historia

Indagando acerca de la historia de los números, el primer acercamiento al tema de la potenciación se dio en el pueblo babilonio aproximadamente 5.000 años a. C. Aunque no se habló directamente de potencia, esta cultura al tomar como base el número 60 y utilizar estos símbolos, reflejó el uso de las potencias. De igual forma, los egipcios, al representar los números 1, 100, 1.000, 10.000, 1.000.000 dejan ver que tenían noción de este concepto.

En hallazgos encontrados en tablas de escritura cuneiforme de estas culturas, se evidencia que realizaban ternas pitagóricas, dando a entender que poseían conocimientos del concepto de raíz, el cual se relaciona directamente con la potenciación. Más tarde con el planteamiento del teorema de Pitágoras, los griegos demostraron la utilización de cuadrados perfectos. Euclides (325 – 265 a.C.) no ajeno a este concepto, hizo uso en sus demostraciones de los cuadrados y los cubos. Arquímedes (287 – 212 a.C.) refleja el tratamiento que le dio a la esfera.

Diofanto de Alejandría (200 – 284 d.C.) utilizó las potencias y le dio una representación simbólica al uso de los exponentes. Rene Descartes (1596 – 1650) definió el termino de potencia y la representa de la siguiente forma:  $x, x^2, x^3, x^4, \dots$

### **La Potenciación y sus Propiedades.**

La potenciación es una operación matemática efectuada entre dos términos, la base y el exponente, donde la base se multiplicada por sí misma las veces que indique el exponente obteniéndose así la potencia, es decir, la potenciación es una multiplicación de factores iguales. En la representación numérica de una potencia se diferencian cuatro términos: la potencia indicada, la base, el exponente y la potencia. La potencia indicada, es el número que indica la potencia que se debe hallar. La base, es el número que se repite. El exponente, es el número que indica la cantidad de veces que se repite la base. La potencia es el resultado. Figura 20.



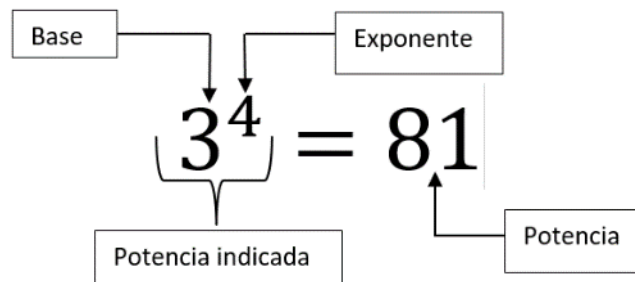


Figura 1. Partes que componen la potenciación.

### Ejemplo:

$4 \cdot 4 \cdot 4$  se escribe  $4^3 = 64$ ; donde  $4^3$  es la potencia indicada, 4 es la base, 3 el exponente y 64 la potencia. Se lee: Cuatro a la tres, igual a sesenta y cuatro.

### Clases de potencias.

- **Cuadrado perfecto:** Al multiplicar un número por sí mismo dos veces, se obtiene un cuadrado perfecto.

$$c^2 = c \cdot c$$

Ejemplo:  $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

- **Cubo perfecto:** Al multiplicar un número por sí mismo tres veces, el resultado será un cubo perfecto.

$$a^3 = c \cdot c \cdot c$$

Ejemplo:  $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

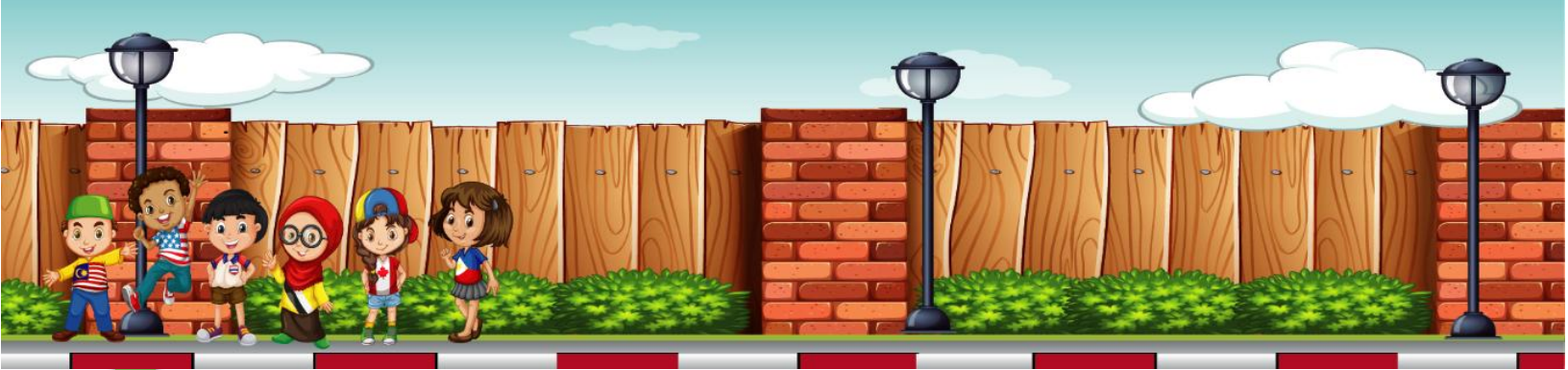
- Cuando la base de una potencia indicada es 10, la potencia es igual a 1 más tantos ceros como el número del exponente lo indique.

Ejemplo:

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$



- La potencia de una fracción se obtiene al elevar el numerador y el denominador al exponente dado.

$$\left(\frac{c}{d}\right)^n = \frac{c^n}{d^n}$$

Ejemplo :

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

### Propiedades de la potenciación.

- **Multiplicación de potencias de igual base**

El producto de dos o más potencias de igual base con diferente exponente es igual a la misma base, elevada a la suma de los exponentes.  $c^n \cdot c^m = c^{n+m}$ .

Ejemplo:  $3^2 \cdot 3^3 = 3^{3+2} = 3^5 = 243$

- **Cociente de potencias de igual base.**

El cociente o división de potencias de la misma base es igual a la misma base y se restan los exponentes.  $c^n \div c^m = c^{n-m}$ .

Ejemplo:  $5^4 \div 5^2 = 5^{4-2} = 5^2$

$$\left\{\frac{3}{4}\right\}^5 \div \left\{\frac{3}{4}\right\}^2 = \left\{\frac{3}{4}\right\}^{5-2} = \left\{\frac{3}{4}\right\}^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

- **Potencias de exponente negativo.**

La potencia de un número entero con exponente negativo es igual al inverso del número elevado al exponente positivo; siempre y cuando  $a \neq 0$ .

Ejemplo:

$$c^{-n} = \frac{1}{c^n} \qquad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$



Cuando se trata de una fracción se opera de la siguiente forma:

$$\left(\frac{c}{d}\right)^{-n} = \left(\frac{d}{c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

- **Propiedad distributiva o Potencia de un producto o cociente.**

Cuando una multiplicación o una división de dos o más números está elevada a un exponente, se eleva cada uno de los términos de la base al exponente dado; obteniéndose así varias potencias.

$$(c \cdot d)^n = c^n \cdot d^n$$

Ejemplo:

$$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16$$

Cuando un paréntesis está elevado a un exponente y dentro de este se encuentra una adición o una sustracción no se aplica la propiedad distributiva. Se debe efectuar la operación expuesta dentro del paréntesis para luego realizar la potencia.

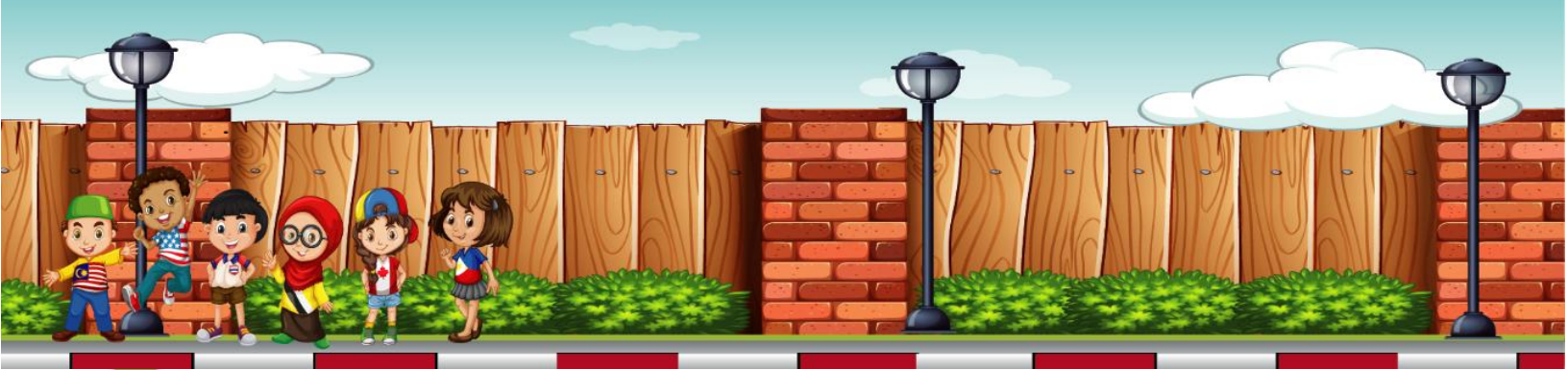
$$(c + d)^n$$

Ejemplo.

$$(8 + 4)^2 = 12^2 = 144$$

$$(8 - 4)^2 = 4^2 = 16$$

En conclusión, cuando se trabaja con la propiedad distributiva de la potenciación, esta sólo se utiliza en la multiplicación y división, pero no en la suma y en la resta.



- **Potencia de otra potencia**

Cuando una potencia indicada esta elevada a otro exponente, se usan varios signos de agrupación para indicar las potencias superiores o separar los exponentes. Para efectuar la potencia se debe colocar la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(m^n)^s = m^{n \cdot s}$$

Ejemplo:

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

$$\left[ \left( \frac{4}{5} \right)^2 \right]^1 = \left( \frac{4}{5} \right)^{2 \times 1} = \left( \frac{4}{5} \right)^2 = \frac{16}{25}$$

### 5.1.1. Orientaciones didácticas.

Para el desarrollo de este laboratorio se divide la clase en cuatro momentos (apertura, desarrollo, cierre y para aprender más). En el momento de la apertura se da a conocer el objetivo de la clase y se plantea el desafío No.1. “El dragón de dos cabezas”. Esta actividad está diseñada como estrategia motivadora con el fin de indagar acerca de los conocimientos previos de los estudiantes. El desafío consiste en ayudar al príncipe a derrotar al dragón de dos cabezas, este solo podrá ser vencido haciendo cálculos matemáticos y teniendo en cuenta que al cortarle una de ellas, esta se duplica.

Para el momento dos o estructuración de la clase, a partir del uso de herramientas tecnológicas, el docente por medio de una explicación didáctica conceptualiza el tema “la potenciación y sus propiedades”. Los estudiantes de forma grupal leen y resuelven los desafíos 2, 3 y 4 propuestos en la guía del estudiante, los cuales serán retroalimentados en plenaria por todo el grupo. Es importante que en esta etapa se planteen actividades sencillas y concretas donde se promueva el surgimiento de interrogantes y se genere la necesidad de buscar y hallar soluciones a problemas específicos del entorno; para esto es fundamental que el docente se apoye en los desafíos 2, 3 y 4.





Para el desafío No.2. “Jugando a formar cuadrados y cubos perfectos”, se requiere el uso de la regleta de Cuisenaire más pequeña (la blanca). Con esta actividad se busca motivar a los estudiantes a desarrollar una serie de potencias e identificar si son o no cuadrados y cubos perfectos. La actividad consiste en plantear diferentes potencias para que el estudiante forme cuadrados o cubos perfectos haciendo uso de las regletas más pequeñas ( $1\text{cm}^3$ ), según sea el caso y establezca a que grupo pertenece. Por ejemplo,  $2^3 = 8$  es un cubo perfecto, puesto que al ordenar las ocho regletas de  $1\text{cm}^3$  se forma un cubo perfecto, como el que se muestra en la figura 21:



Figura<sup>1</sup> 2. Representación gráfica del cubo perfecto del número dos.

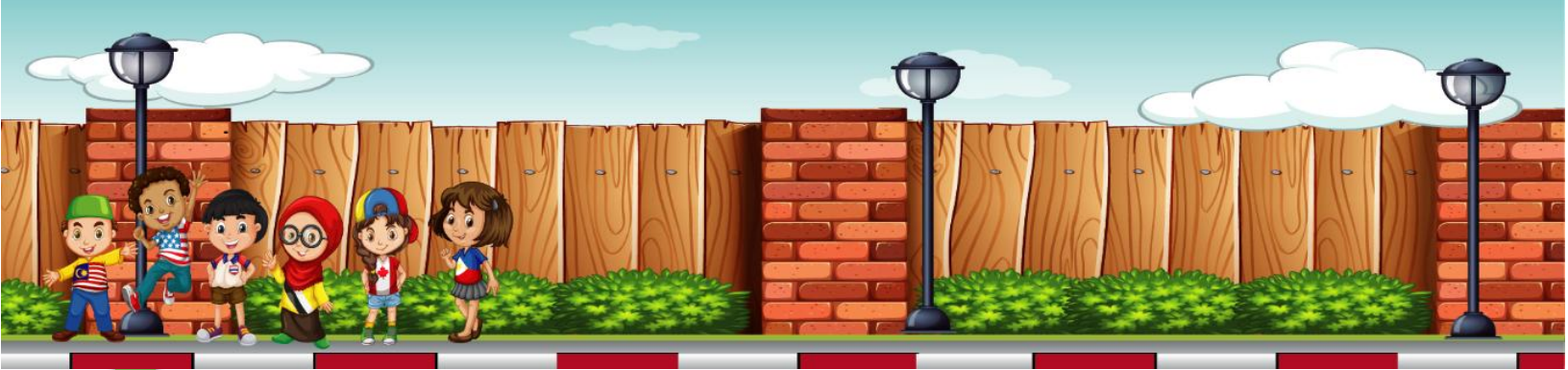
El desafío No.3, tiene como objetivo afianzar en los estudiantes el concepto de potencia y la aplicabilidad de sus propiedades. Para esto el docente propone a cada equipo de estudiantes que tomen una hoja de papel tamaño carta y hagan un corte de forma que se obtengan dos partes iguales. Seguidamente se divide cada uno de los cortes obtenidos anteriormente en partes iguales. Repetir este procedimiento tres veces más e invitar a los estudiantes a resolver las siguientes y preguntas:

- ¿Cuántos trozos de papel se obtuvieron en la tercera, cuarta y quinta división?
- ¿Cuántos trozos de papel resultaran al hacer una octava división y cuántos en la décima?
- ¿El número de trozos de papel, crece proporcionalmente, al número de particiones?
- ¿Se puede prever la cantidad de trozos de papel que hay, después de realizar un número cualquiera de particiones?

Resuelto este desafío, el docente debe estar en capacidad de llevar a los estudiantes a un nivel más avanzado. Para esto, se proponen una serie de preguntas, las cuales serán analizadas en grupo y permitirán a los estudiantes expresar sus propias conjeturas. Realice

---

<sup>1</sup> Imagen tomada de <https://es.dreamstime.com/fotograf%C3%ADa-de-archivo-libre-de-regal%C3%ADas-cubo-hecho-de-los-cubos-coloridos-aislados-conjunto-de-cuatro-image27803447>



nuevamente el desafío No.3. Utilizando no una, sino dos hojas de papel, he invite a los estudiantes a reflexionar acerca de los siguientes interrogantes:

- a. ¿Cuál sería el número de trozos de papel en la tercera división?
- b. ¿Qué cantidad de trozos de papel se obtendrán en la cuarta división?
- c. ¿A qué conjunto numérico pertenecen el número de hojas ( $N$ ) y el número de divisiones realizadas a la hoja ( $n$ )?
- d. ¿Qué pasaría si dicha operación se realiza, con  $N$  número de hojas y  $n$  divisiones?
- e. ¿Cuál sería la cantidad de trozos de papel que se obtendrán después de  $n$  divisiones?

El desafío No.4: “Utilizando potencias para resolver problemas del entorno” busca no solo que los estudiantes describan y desarrollen estrategias (algoritmos, propiedades de las operaciones básicas y sus relaciones) para hacer estimaciones y cálculos al solucionar problemas de potenciación, sino que además sean capaces de plantear y resolver sus propios problemas. Para esto, se han propuesto tres problemas a resolver. Cada grupo de estudiantes deberá formular dos problemas más y compartirlo con el resto de los aprendices del salón de clase.

El cierre o tercer momento, consiste en un proceso de metacognición que se realiza colectivamente con el grupo, a partir del cual el docente por medio de la reflexión y guiado por preguntas invita a los estudiantes a participar en la retroalimentación de la clase e indagar así sobre los logros alcanzados en este laboratorio.

El cuarto y último momento denominado “para aprender más”, está planteado para que el estudiante de forma individual demuestre los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores, a partir de ejercicios y resolución de problemas de tipo pruebas Saber, los cuales debe resolver utilizando la potenciación y sus propiedades.